Svar till instuderingsfrågor kapitel 6

1. Världsvektorn till ett föremål är en pil som längs dess färdriktning *i rumtiden*, alltså längs dess världslinje, och som har en längd som är likamed massan hos föremålet. Den totala världsvektorn till ett system betstående av flera föremål får man genom att addera föremålens individuella världsvektorer.

2. Viloenergin är världsvektorns längd m multiplicerad med c^2; tidsdelens längd gånger c^2 är den totala energin; rörelseenergin är skillnaden mellan dessa. (Och dessutom: rumsdelen multiplicerad med c är rörelsemängden.)

3.
   a) Rätt
   b) Fel. Så länge hastigheterna är små ges rörelsemängden hos ett föremål av dess massa m gånger dess hastighet v. Men det korrekta uttrycket, som gäller för alla hastigheter, är
   $$p=\frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$
   Rörelsemängdspilen ges av världsvektorns rumsdel multiplicerad med c.
   c) Rätt

4.
   a) $K_{\text{Newton}}=\frac{m v^2}{2}=\frac{1\cdot(0{,}01\cdot 3\cdot 10^8)^2}{2}=4{,}5\cdot 10^{12}$ Joule
   b) $K=E-E_0=\frac{m c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-mc^2=\frac{1\cdot(3\cdot 10^8)^2}{\sqrt{1-0{,}01^2}}-1\cdot(3\cdot 10^8)^2\approx 4{,}5003\cdot 10^{12}$ Joule

5.
   a) $K_{\text{Newton}}=\frac{m v^2}{2}=\frac{1\cdot(0{,}5\cdot 3\cdot 10^8)^2}{2}\approx 1{,}13\cdot 10^{16}$ Joule
   b) $K=E-E_0=\frac{m c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-mc^2=\frac{1\cdot(3\cdot 10^8)^2}{\sqrt{1-0{,}5^2}}-1\cdot(3\cdot 10^8)^2\approx 1{,}39\cdot 10^{16}$ Joule

6. Viloenergin är alla överens om. De övriga storheternas värden beror på hur man rör sig i förhållande till objektet i fråga, eftersom de alla innefattar farten v.

7. Massförändringen blir helt enkelt den tillförda energin dividerad med c^2:
   $$\Delta m=\frac{\Delta E}{c^2}\approx 4{,}7\cdot 10^{-13}$$

8. $E=100\,E_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{m c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=100\,mc^2$
   Om man ur detta löser ut hastigheten v erhålls
   $v=\sqrt{0{,}9999}\,c\approx 0{,}99995\,c$

9.

a) Atomnumret anger antal protoner i kärnan.
b) Masstalet anger antalet nukleoner i kärnan, alltså antalet protoner plus antalet neutroner.
c) Olika isotoper av en kärna innehåller olika antal neutroner, men samma antal protoner.

10. Massan per nukleon i alla grundämnens kärnor är *mindre än* både protonens och neutronens massa var för sig.

11. Bindningsenergin för ett system är den energi man måste tillföra för att slita isär systemet. Ju *större* bindningsenergi, desto hårdare är systemet bundet och desto *lägre* är därmed systemets egen energin. Till exempel: en boll som ligger nere i en grop har lägre energi ju djupare gropen är. Bindningsenergin är den energi som krävs för att få upp bollen, och den är förstås större om gropen är djup.

12. **Fission**: klyvning av tunga kärnor (till exempel uran) i lättare.
Fusion: sammanslagning av lätta kärnor (till exempel väte eller helium) i tyngre.
I båda fallen är produkten lättare än utgångsmaterialet, och skillnaden i massa frigörs i form av rörelseenergi.

13.

a) En järnkärna består av 26 protoner och 30 neutroner.
Massan av 26 protoner och 30 neutroner är, så länge de inte sitter ihop
$M_{p,n} = 26 \cdot 1{,}00728 + 30 \cdot 1{,}00866 \approx 56{,}45 \text{ u}$
Förhållandet mellan detta och massan hos en hel järnkärna är
$$\frac{M_{p,n}}{M_{\text{Fe}}} = \frac{56{,}45}{55{,}935}$$
Förhållandet mellan massan hos 1 kg järn sönderplockat i protoner och neutroner, och 1 kg icke sönderplockat järn måste vara detsamma. Massan hos proton och neutronhögen är alltså:
$$1 \text{ kg} \cdot \frac{56{,}45}{55{,}935} \approx 1{,}0092 \text{ kg}$$
Högen av protoner och neutroner väger alltså cirka 9,2 gram mer än det ursprungliga järnet. (Vi har försummat elektronernas massor i räkningen.)
b) Den extra massan som blev till när järnet plockades isär (9,2 gram) motsvarar järnets bindningsenergi, vilket är den minsta energimängd som måste ha tillförts för att få isär alla protoner och neutroner:
$\Delta m c^2 = 0{,}0092 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \approx 8{,}3 \cdot 10^{14} \text{ Joule}$

14.

a) I en enda process förintas massan

$$2\,m({}^2_1H)-m({}^3_1H)-m({}^1_1H)\approx 0{,}00487\ \text{u}$$

För att få detta från enheten u till kilogram måste vi dividera med $6{,}022 \cdot 10^{26}$, och för att få vilken energi det svarar mot ska vi multiplicera med c^2:

$$\Delta E=\frac{0{,}00487}{6{,}022\cdot 10^{26}}\cdot(3\cdot 10^8)^2\approx 7{,}3\cdot 10^{-13}\ \text{Joule}$$

b) Observera att det i varje process går åt *två* stycken deuteriumkärnor, så om vi utgår från en mol deuterium så räcker det bara till *en halv* mol fusionsprocesser. Svaret blir alltså

$$\frac{1}{2}\cdot 6{,}022\cdot 10^{23}\cdot 7{,}3\cdot 10^{-13}\approx 2{,}2\cdot 10^{11}\ \text{Joule}$$

15. Heliumkärnan har mindre massa än de båda deuteriumkärnorna tillsammans. Det innebär att världsvektorn för heliumkärnan är kortare än två gånger världsvektorn för en deuteriumkärna. Men om du ritar in processen i ett rumtidsdiagram, där den resulterande heliumkärnan befinner sig i vila (diagrammet kommer alltså se ut som ett upp-och-nedvänt Y), så ser du att om deuteriumkärnornas världsvektorer adderas så blir resultatet en ny världsvektor som är *längre* (i rumtidsmening) än två gånger de ursprungliga vektorernas längd. Alltså: för att världsvektorn ska vara bevarad i en dylik process måste resultatet väga *mer* än dubbelt så mycket som en deuteriumkärna, och inte mindre som i fallet med helium. Av denna anledning måste det vid fusionsprocesser *alltid* bildas mer än en reaktionsprodukt (som till exempel i reaktionen i uppgift 14).